Теорема. *Для того чтобы область существования функции $f(z)$ совпадала с областью сходимости ряда* (1), *необходимо и достаточно, чтобы выполнялись равенства $\sigma = 0$ и $\chi = 0$.*

Как следствие приведем один из результатов для рядов Дирихле.

Следствие (теорема Карлсона и Ландау). *Пусть $\lambda_k = 0$ и $m_k = 1$, $k = 1, 2, \ldots$. Предположим, что $\sigma = 0$ и $\lambda_{k+1} - \lambda_k \geqslant h > 0$, $k = 1, 2, \ldots$. Тогда область существования функции f совпадает с областью сходимости ряда* (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонтьев А. Ф. *Целые функции. Ряды экспонент.* – М.: Наука, 1983. – 175 с.

О. С. Кудрявцева

Волжский, Olga.Kudryavceva@vgi.volsu.ru

ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ЛЕВНЕРА ПОЛУГРУППЫ ГОЛОМОРФНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЕДИНИЧНОГО КРУГА В СЕБЯ С ДВУМЯ НЕПОДВИЖНЫМИ ТОЧКАМИ

В работе изучается класс $\mathfrak{B}[q;a]$ — совокупность аналитических функций $\varphi : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$, где $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$, с внутренней точкой Данжуа – Вольфа q и с граничной неподвижной точкой a, в которой функции обладают конечной угловой производной. Здесь и далее используется терминология работ [1] и [2]. Устанавливается замкнутость класса $\mathfrak{B}[q;a]$ относительно операции композиции. Получено инфинитезимальное описание однопараметрических полугрупп в $\mathfrak{B}[q;a]$, т. е.

непрерывных гомоморфизмов $t \mapsto \varphi^t$, действующих из аддитивной полугруппы $\mathbb{R}^+ = \{t \in \mathbb{R} : t \geqslant 0\}$ в полугруппу $\mathfrak{B}[q;a]$.

Обозначим через $\mathcal{Q}$ совокупность аналитических в единичном круге функций, допускающих интегральное представление

$$h(z) = \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{1-\varkappa}{1-\varkappa z} d\mu(\varkappa),$$

где μ — произвольная вероятностная мера на $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$, $\varkappa \in \mathbb{T}$, а через $\mathcal{G}[q;a]$ — совокупность однолистных функций из $\mathfrak{B}[q;a]$.

Теорема 1. *Для того чтобы голоморфная в $\mathbb{D}$ функция V являлась инфинитезимальным преобразованием полугруппы $\mathfrak{B}[0;1]$, необходимо и достаточно, чтобы она допускала представление вида $V(z) = -\gamma z(1-z)h(z)$, где $\gamma \geqslant 0$ и $h \in \mathcal{Q}$.*

Аналогично работе [2] рассматривается эволюционное уравнение Левнера $dw/dt = V(w,t)$ полугруппы $\mathfrak{B}[0;1]$. Изучается вопрос о том, при каких условиях на $V(w,t)$ эволюционное уравнение имеет решение и порождает эволюционное семейство в $\mathcal{G}[0;1]$.

Теорема 2. *Пусть на $\mathbb{D} \times [0,T]$, $T > 0$, определена голоморфная по z, измеримая по t функция $H(z,t) = (1-z)h(z,t)$, где $h(\cdot,t) \in \mathcal{Q}$ для п. в. t. Тогда для любых $z \in \mathbb{D}$, $s \in [0,T)$ существует единственное решение $w = w(t,z,s,H)$, $s \leqslant t \leqslant T$, уравнения*

$$\frac{dw}{dt} = -wH(w,t)$$

с начальным условием $w|_{t=s} = z$. Кроме того, при каждом $t \in [s,T]$ отображение $w_{t,s}^H : z \to w(t,z,s,H)$ принадлежит полугруппе $\mathcal{G}[0;1]$, а $\{w_{t,s}^H : 0 \leqslant s \leqslant t \leqslant T\}$ – эволюционное семейство в $\mathcal{G}[0;1]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горяйнов В. В. *Однопараметрические полугруппы аналитических функций и композиционный аналог безграничной делимости* // Труды ИПММ НАН Украины. - 2000. – Т. 5. – С. 44–57.

2. Горяйнов В. В. *Полугруппы конформных отображений* // Матем. сб. - 1986. – Т. 129 (171). – № 4. – С. 451–472.

М. Ф. Кулагина

Чебоксары, Kulagina_MF@mail.ru

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ В ПРОСТРАНСТВАХ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В докладе представлены следующие результаты

1) Решена краевая задача Римана для полосы и полуплоскости и исследованы характеристические сингулярные уравнения

$$a(t)\varphi(t) + \frac{b(t)}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varphi(\tau)}{\tau - t}d\tau = f(t), \quad -\infty < t < \infty,$$

$$\frac{1}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varphi(\tau)}{\tau - t}d\tau = f(t), \quad -\infty < t < \infty,$$

в классе почти-периодических функций в смысле Бора.

2) Показана компактность интегральных операторов вида

$$K\varphi = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{+T}K(t,s)\varphi(s)ds$$